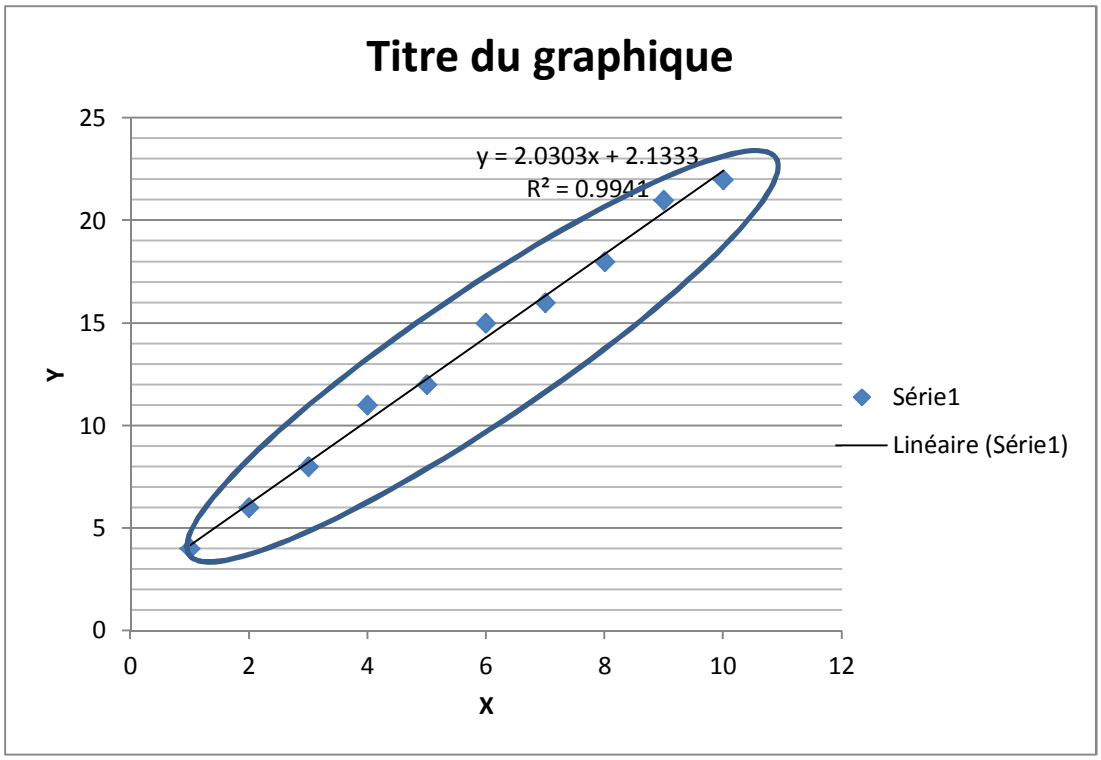
الحل النموذجي للتمرين الأول



بما أن النقاط ليست كلها على استقامة واحدة والسحابة لها شكل شبه خطي فنستنتج أن العلاقة بين Y وX خطية عشوائية.
في هذه الحالة نلجأ لاستخدام طريقة المربعات الصغرى لتقدير العلاقة بين Y وX والتي ستكون من الشكل :

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad .....(1)$$

سنقوم بتقدير معالم النموذج (1) أي حساب مقدر لـ α هو a ومقدر لـ β هو b.

Y	X	YX	X²	Y²
4	1	4	1	16
6	2	12	4	36
8	3	24	9	64
11	4	44	16	121
12	5	60	25	144
15	6	90	36	225
16	7	112	49	256
18	8	144	64	324
21	9	189	81	441
22	10	220	100	484
133	55	899	385	2111

$$b = \frac{\sum YX - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2} = \frac{899 - 10x5.5x13.3}{285 - 10x5.5^2}$$

$$= \frac{167.5}{82.5} = 2.0303$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 13.3 - (2.03) * 5.5 = 2.133$$

$$Y = 2.133 + 2.303X + e$$

$$\hat{Y} = 2.133 + 2.303X$$

$$r_{y,x} = \frac{cov(Y,X)}{\sigma_X . \sigma_Y} = b\sqrt{\frac{\sum X^2 - n\bar{X}^2}{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2}}$$

$$= 2.303\sqrt{\frac{385 - 10.5x5^2}{2111 - 10x13.3^2}}$$

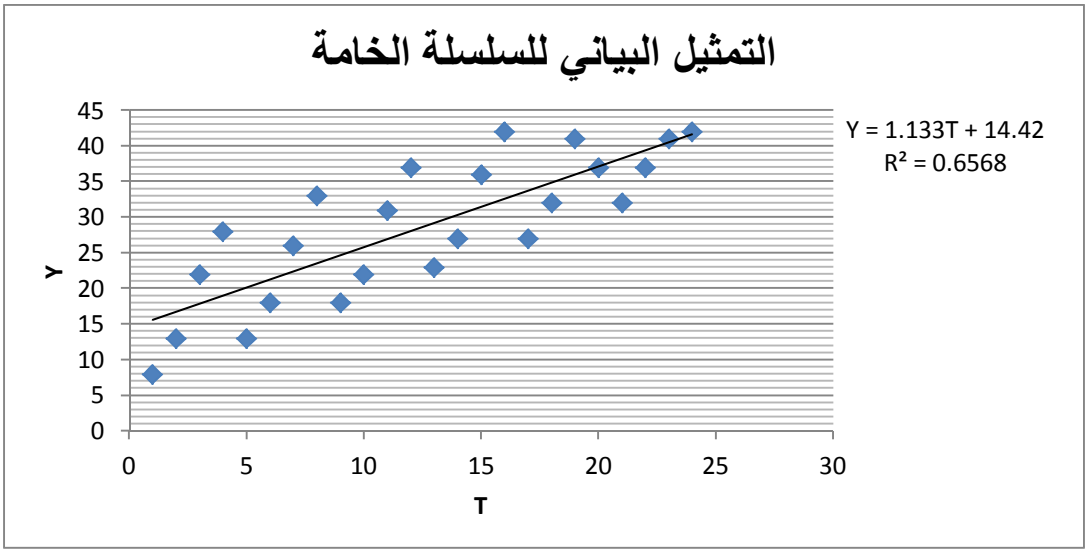
$$r_{y,x} = 0.99703 \quad R^2 = r_{y,x} = 0.99408$$

- معامل الارتباط يثبت أنه هناك علاقة قوية جدا وطردية بين ***Y*** و ***X***
- معامل التحديد يثبت أن النموذج ذو جودة عالية أي 99.408% من تغيرات Y مفسرة بـ Xوالباقي أي حوالي 0.591% يرجع إلى متغيرات مفسرة أخرى لم تدرج في النموذج وهي مجتمعة في البواقي.

القيمة المتوقعة لما (X=26) $\hat{Y}_{26} = 2.13 + 2.303x26 = 54.9212$

التمرين الثاني:

بعد حساب المجاميع : $\sum Y = 686; \sum t = 300; \sum Yt = 9878; \sum t^2 = 4900; T = 24$



استخدام طريقة المربعات الصغرى على المعطيات الخامة كما تم أعلاه يعطي نتائج مضللة ،مقدرات متحيزة وبالتالي مجالات تنبآ خاطئة. فنلجأ إلى تفكيك السلاسل الزمنية للحصول على سلسلة منزوعة التغيرات الموسمية.

t	Y	MMc(4)	S_j	S_{jfin}	Y_{cvs}	Ycvs x T		I	II	III	iV	
1	8			-7.131	15.131	15.131	1975			3.625	8.375	
2	13			-3.356	16.356	32.713	1976	-7.75	-3.875	2.875	8.75	
3	22	18.375	3.625	3.744	18.256	54.769	1977	-7.375	-4.5	3.375	8.125	
4	28	19.625	8.375	6.744	21.256	85.025	1978	-7.125	-4.375	3.5	8.375	
5	13	20.75	-7.75	-7.131	20.131	100.656	1979	-7.875	-2.875	6.125	0.875	
6	18	21.875	-3.875	-3.356	21.356	128.138	1980	-4.75	-0.375			
7	26	23.125	2.875	3.744	22.256	155.794	$\bar{S}_j$	-6.975	-3.2	3.9	6.9	**0.625**
8	33	24.25	8.75	6.744	26.256	210.050	S_{jfin}	-7.1313	-3.3563	3.74375	6.74375	**0**
9	18	25.375	-7.375	-7.131	25.131	226.181						
10	22	26.5	-4.5	-3.356	25.356	253.563						
11	31	27.625	3.375	3.744	27.256	299.819						
12	37	28.875	8.125	6.744	30.256	363.075						
13	23	30.125	-7.125	-7.131	30.131	391.706						
14	27	31.375	-4.375	-3.356	30.356	424.988						
15	36	32.5	3.5	3.744	32.256	483.844						
16	42	33.625	8.375	6.744	35.256	564.100						
17	27	34.875	-7.875	-7.131	34.131	580.231						
18	32	34.875	-2.875	-3.356	35.356	636.413						
19	41	34.875	6.125	3.744	37.256	707.869						
20	37	36.125	0.875	6.744	30.256	605.125						
21	32	36.75	-4.75	-7.131	39.131	821.756						
22	37	37.375	-0.375	-3.356	40.356	887.838						
23	41			3.744	37.256	856.894						
24	42			6.744	35.256	846.150						
∑					686.000	9731.825						

$$1 + 2 + \cdots T = \frac{t(t+1)}{2}$$

$$T=24 \rightarrow \sum t = \frac{24(24+1)}{2} = 300$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots T^2 = \frac{t(t+1)(2T+1)}{6}$$

$$\sum t^2 = \frac{24(24+1)(48+1)}{6} = 4900$$

$$b = \frac{\sum Y_{cvs} T - t\bar{T}\overline{Y_{cvs}}}{\sum T^2 - t\bar{T}^2} = \frac{9731.825 - 24x12.5x28.583}{4900 - 24x12.5^2} = 1.0059$$

$$a = \overline{Y_{cvs}} - b\bar{T} = 28.583 - (1.0059) * 15.5 = 16.009$$

$$Y_{cvs} = 16.009 + 1.0059T + e$$

$$\widehat{Y_{cvs}} = 16.009 + 1.0059T$$

شرح بعض الحسابات السابقة: N يمثل عدد السنين، لدينا العلاقة التالية: $\bar{S}_j = \sum_{j=1}^{N-1} S_j$

فعلى سبيل المثال : $\bar{S}_1 = \frac{-7.75-7.375-7.125-7.875-4.75}{5} = -6.975$

مبدأ المحافظة على المساحات:

نموذج تجميعي: $\sum \bar{S}_j = c = 0$ في حالة عدم تحقق الشرط نصحح لنحصل بالنسبة للمعطيات الفصلية على $S_{jfinal} = \bar{S}_j - (c/4)$ وبالنسبة للمعطيات الشهرية على : $S_{jfinal} = \bar{S}_j - (c/12)$

نموذج جدائي: $\sum \bar{S}_j = c = 4$ في حالة عدم تحقق الشرط نصحح لنحصل بالنسبة للمعطيات الفصلية على $S_{jfinal} = \bar{S}_j/(c/4)$ وبالنسبة للمعطيات الشهرية على : $S_{jfinal} = \bar{S}_j/(c/12)$ على أن $\sum \bar{S}_j = c = 12$

التنبؤ السداسي الأول لـ2009:

$$\widehat{Y}_{2009,I} = 16.009 + 1.0059x25 = 41.1565$$
$$Y_{2009;I} = 16.009 + 1.0059x25 + S_I = 41.1565 - 7.1313 = 34.0252$$

التنبؤ السداسي الثاني لـ2009:

$$\widehat{Y}_{2009,II} = 16.009 + 1.0059x26 = 42.1624$$

$$Y_{2009;II} = 16.009 + 1.0059x26 + S_{II} = 42.1624 - 3.356 = 38.8064$$

التنبؤ السداسي الثالث لـ2009:

$$\widehat{Y}_{2009,III} = 16.009 + 1.0059x27 = 43.1683$$

$$Y_{2009;III} = 16.009 + 1.0059x27 + S_{III} = 43.1683 + 3.744 = 46.9123$$