

Chapitre V : Règles de calcul de la force sismique - Méthode statique équivalente

V.1. Règles de calcul de la force sismique :

Le RPA99 version 2003 est recommandé trois méthodes de calcul des forces sismiques :

- La méthode statique équivalente,
- La méthode d'analyse modale spectrale,
- La méthode d'analyse dynamique par accélérogrammes.

V.2. Méthode statique équivalente :

V.2.1. Principe :

Les **forces réelles dynamiques** qui se développent dans la construction par le mouvement sismique du sol sont **remplacées par** un système de **forces statiques fictives**, dans la direction du séisme, dont les effets sont considérés **équivalents** à ceux de l'action sismique.

L'utilisation de cette méthode ne peut être dissociée de l'application rigoureuse des dispositions constructives garantissant à la structure :

- Une ductilité suffisante,
- La capacité de dissiper l'énergie vibratoire transmise à la structure.

V.2.2. Conditions d'application :

La méthode adoptée par le règlement RPA99 version 2003 peut être utilisée dans les conditions suivantes :

- Satisfaire aux conditions de régularité en plan et en élévation avec des bâtiments de hauteur totale H_T telle que :
 - $H_T \leq 65 \text{ m}$ en zones I et II
 - $H_T \leq 30 \text{ m}$ en zones III
- Le bâtiment ou bloc étudié présente une configuration irrégulière tout en respectant, outre les conditions de hauteur énoncées en a), les conditions complémentaires suivantes :
 - **Zone I :** tous groupes
 - **Zone II :** groupe d'usage 3
groupe d'usage 2, si $H \leq 7$ niveaux ou 23m.
groupe d'usage 1B, $H \leq 5$ niveaux ou 17m.
groupe d'usage 1A, si $H \leq 3$ niveaux ou 10m.
 - **Zone III :** groupes d'usage 3 et 2, si $H \leq 5$ niveaux ou 17m.
groupe d'usage 1B, si $H \leq 3$ niveaux ou 10m.
groupe d'usage 1A, si $H \leq 2$ niveaux ou 08m.

V.2.3. Modélisation :

V.2.3.1. Direction de l'action sismique :

Les **forces sismiques horizontales** équivalentes seront considérées appliquées successivement **suivant deux axes principaux orthogonaux**.

V.2.3.2. Hypothèses de modélisation :

Les hypothèses à respecter sont les suivantes :

- Le **modèle du bâtiment** à utiliser dans chacune des deux directions de calcul est un **modèle plan**, avec :
 - Les masses sont concentrées au centre de gravité des planchers,
 - Un seul degré de liberté en translation horizontale par niveau,
 - Les systèmes de contreventement dans les deux (2) directions puissent être découplés.

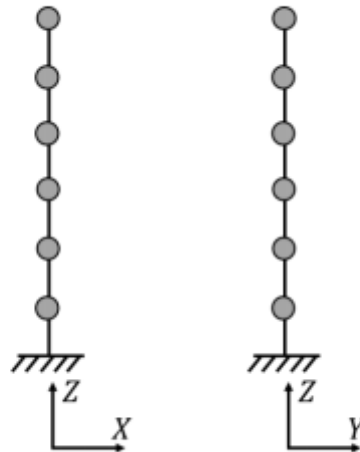


Figure V.1. Modèle plan du bâtiment.

- La **rigidité latérale** des éléments porteurs du système de contreventement est calculée à partir de **sections non fissurées** pour les structures en béton armé ou en maçonnerie.
- Seul le **mode fondamental** de vibration de la structure est à considérer dans le calcul de la **force sismique totale**.

La **déformée** du mode fondamental est assimilée à une **droite pour les structures à portiques**, et à une **parabole pour les structures à voiles**.

V.2.4. Calcul de la force sismique totale (effort tranchant à la base) :

La **force sismique totale** V , appliquée à la **base de la structure**, doit être calculée successivement dans **deux directions horizontales orthogonales** selon la formule suivante :

$$V_x = \frac{A \cdot D_x \cdot Q_x}{R} W \quad V_y = \frac{A \cdot D_y \cdot Q_y}{R} W$$

Où :

V : Force sismique totale (ou Effort tranchant sismique à la base),

A : Coefficient d'accélération de zone (Tableau IV.2),

D : Facteur d'amplification dynamique moyen (Figure IV.2),

Q : Facteur de qualité,

R : Coefficient de comportement de la structure (définie au §IV.4.2),

W : Poids total de la structure.

V.2.4.1. Détermination des éléments de la formule :

a) Facteur d'amplification dynamique moyen :

Le facteur d'amplification dynamique est en fonction du site, du facteur de correction d'amortissement et de la période (T) fondamentale de la structure. Il calé à un palier horizontal pour les faibles périodes. On peut le déterminer par la formule suivante :

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta \left(\frac{T_2}{T}\right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta \left(\frac{T_2}{3}\right)^{2/3} \left(\frac{3}{T}\right)^{5/3} & T > 3.0s \end{cases}$$

Où :

T_2 : Période caractéristique, associée à la catégorie du site et donnée par le Tableau V.1,

Tableau V.1. Valeurs de T_1 et T_2 .

Site	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
T_1 (sec)	0.15	0.15	0.15	0.15
T_2 (sec)	0.30	0.40	0.50	0.70

η : Facteur de correction d'amortissement donné par la formule :

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{2 + \xi}} \geq 0.7$$

Où $\xi \neq 5\%$ est le pourcentage d'amortissement critique fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages.

Pour $\xi = 5\%$ on a $\eta = 1$

Les valeurs du pourcentage d'amortissement critique sont données au Tableau V.2.

Tableau V.2. Valeurs de ξ (%).

Remplissage	Portiques		Voiles ou murs
	Béton armé	Acier	Béton armé/maçonnerie
Léger	6	4	10
Dense	7	5	

Remarque :

Pour un amortissement $\xi = 5\%$, le facteur D est donné sous forme graphique à la Figure IV.2.

b) Facteur de qualité Q :

Le facteur de qualité de la structure est fonction de :

- La redondance et de la géométrie des éléments qui la constituent,
- La régularité en plan et en élévation,
- La qualité du contrôle de la construction.

La valeur de Q est déterminée par la formule :

$$Q = 1 + \sum_{1}^5 P_q$$

Où P_q est la pénalité à retenir selon que le critère de qualité q " est satisfait ou non". Sa valeur est donnée au Tableau V.3.

Tableau V.3. Valeurs des pénalités P_q .

Critère "q"	P_q	
	Observé	N/Observé
1. Conditions minimales sur les files de contreventement	0	0.05
2. Redondance en plan	0	0.05
3. Régularité en plan	0	0.05
4. Régularité en élévation	0	0.05
5. Contrôle de la qualité des matériaux	0	0.05
6. Contrôle de la qualité de l'exécution	0	0.10

Les critères de qualité "q" à vérifier sont :

1. Conditions minimales sur les files de contreventement :

- **Système de portiques** : chaque file de portique doit comporter à tous les niveaux, au moins trois (03) travées dont le rapport des portées n'excède pas 1,5. Les travées de portique peuvent être constituées de voiles de contreventement.
- **Système de voiles** : chaque file de voiles doit comporter à tous les niveaux, au moins un (01) trumeau ayant un rapport "hauteur d'étage sur largeur" inférieur ou égal à 0,67 ou bien deux (02) trumeaux ayant un rapport "hauteur d'étage sur largeur" inférieur ou égal à 1,0. Ces trumeaux doivent s'élever sur toute la hauteur de l'étage et ne doivent avoir aucune ouverture ou perforation qui puisse réduire de manière significative leur résistance ou leur rigidité.

2. Redondance en plan :

Chaque étage devra avoir, en plan, au moins quatre (04) files de portiques et/ou de voiles dans la direction des forces latérales appliquées.

Ces files de contreventement devront être disposées symétriquement autant que possible avec un rapport entre valeurs maximale et minimale d'espacement ne dépassant pas 1,5.

3. Régularité en plan :

La structure est classée régulière en plan (définie au § III.2.1).

4. Régularité en élévation :

La structure est classée régulière en élévation (définie au § III.2.2).

5. Contrôle de la qualité des matériaux :

Des essais systématiques sur les matériaux mis en œuvre doivent être réalisés par l'entreprise.

6. Contrôle de la qualité de l'exécution :

Il est prévu contractuellement une mission de suivi des travaux sur chantier. Cette mission doit comprendre notamment une supervision des essais effectués sur les matériaux.

c) Poids total de la structure :

Le poids total de la structure (W) est égal à la somme des poids W_i , calculés à chaque niveau (i) :

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad \text{avec} \quad W_i = W_{Gi} + \beta W_{Qi}$$

Où :

W_{Gi} : Poids dû aux charges permanentes et à celles des équipements fixes éventuels, solidaires de la structure,

W_{Qi} : Charges d'exploitation,

β : Coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation et donné par le Tableau V.4.

Tableau V.4. Valeurs du coefficient de pondération β .

Cas N°	Type d'ouvrage	Valeur de β
1	Bâtiments d'habitation, bureaux ou assimilés	0.20
2	Bâtiments recevant du public temporairement : – Salles d'exposition, de sport, lieux de culte, salles de réunions avec places debout.	0.30
	– Salles de classes, restaurants, dortoirs, salles de réunions avec places assises	0.40
3	Entrepôts, hangars	0.50
4	Archives, bibliothèques, réservoirs et ouvrages assimilés	1.00
5	Autres locaux non visés ci-dessus	0.60

V.3. Estimation de la période fondamentale de la structure :

La période fondamentale de vibration (T) de la structure peut être évaluée par un calcul dynamique précis ou par des méthodes numériques.

Les formules empiriques à utiliser selon les cas sont les suivantes :

Formule empirique 1 :

$$T = C_T h_N^{3/4}$$

Où :

h_N : Hauteur mesurée en mètres à partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau (N),

C_T : Coefficient fonction du système de contreventement et du type de remplissage, donné par le Tableau V.5.

Tableau V.5. Valeurs du coefficient de pondération C_T .

Cas N°	Système de contreventement	Valeur de C_T
1	Portiques autostables en béton armé sans remplissage en maçonnerie	0.075
2	Portiques autostables en acier sans remplissage en maçonnerie	0.085
3	Portiques autostables en béton armé ou en acier avec remplissage en maçonnerie	0.050
4	Contreventement assuré partiellement ou totalement par des voiles en béton armé, des palées triangulées et des murs en maçonnerie	0.050

Formule empirique 2 :

Dans les cas 3 et 4, on peut également utiliser aussi la formule :

$$T = 0.09 h_N \sqrt{D}$$

Où :

D : est la dimension du bâtiment mesurée à sa base dans la direction de calcul considérée.

Remarque :

On retient dans chaque direction considérée la plus petite des deux valeurs données.

La valeur de T peut être calculée avec la **formule de Rayleigh** :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\sum_i^n W_i \delta_i^2)}{g(\sum_i^n f_i \delta_i)}}$$

Où :

δ_i : Flèches horizontales dues aux forces f_i calculées à partir d'un modèle élastique linéaire de la structure qui prend en compte tous les éléments participant à sa rigidité.

f_i : Système de forces horizontales, distribuées selon les formules de répartition de V suivant la verticale.

La valeur de T peut-être aussi calculée par une version simplifiée de cette formule :

$$T = 2\sqrt{\delta_N}$$

Où :

δ_N : Flèche horizontale au sommet du bâtiment, mesurée en mètres, due aux forces gravitaires appliquées horizontalement.

Remarque :

Les valeurs de la période T , calculées à partir des formules de Rayleigh ou de méthodes numériques ne doivent pas dépasser celles estimées à partir des formules empiriques appropriées de plus de 30%. La valeur à utiliser dans la méthode statique équivalente est alors de : $T_{max} = 1.3T$ avec $T = C_T h_n^{3/4}$.

V.4. Distribution verticale et horizontale des forces sismiques :

V.4.1. Distribution verticale de la force sismique :

La force sismique latérale totale V doit être répartie sur la hauteur (Figure V.1) de la structure de la manière suivante :

$$V = F_t + \sum F_i$$

Où :

F_t : est une partie de l'effort tranchant V qui est appliquée au sommet du bâtiment dans les conditions suivantes :

$$\begin{cases} F_t = 0 & \text{si } T \leq 0.7 \text{ sec} \\ F_t = 0.07 TV & \text{si } T > 0.7 \text{ sec} \end{cases}$$

$\sum F_i$: est la partie restante de V soit $(V - F_t)$ qui est répartie à chaque niveau (y compris le dernier niveau) selon la formule suivante (Figure V.2) :

$$F_i = \frac{(V - F_t) W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j}$$

Où :

F_i : Force horizontale appliquée au niveau i ,

h_i : Hauteur du niveau i où s'exerce la force F_i ,

h_j : Hauteur du niveau j ,

W_i, W_j : poids revenant aux niveaux i, j .

Remarque : La valeur de F_t ne dépassera en aucun cas $0,25 V$.

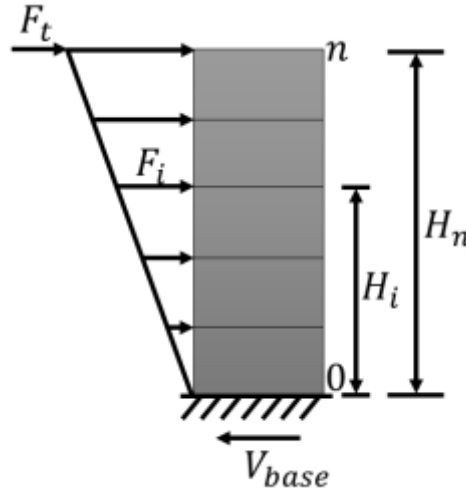


Figure V.2. Distribution des forces sismiques selon la hauteur

V.4.2. Distribution horizontale de la force sismique :

L'effort tranchant au niveau de l'étage i est estimé par :

$$V_i = F_t + \sum_{j=i}^n F_j$$

Où :

n : le nombre total des étages.

j : numéro des étages comprises entre le niveau i et le dernier niveau.

V.5. Effet de la torsion d'axe vertical :

L'augmentation de l'effort tranchant **provoqué** par la **torsion d'axe vertical due à l'excentricité entre le centre de gravité** (ou centre de masse) **et le centre de rigidité** (ou centre de torsion) doit être **prise en compte**. Les efforts tranchants négatifs dus à la torsion devront être négligés.

Centre de gravité :

Chaque niveau possède un centre de gravité x_i et y_i à priori différent de celui des autres niveaux. On peut déterminer le par la formule suivante :

$$X_G = \frac{\sum_i^n W_i \times x_i}{\sum_i^n W_i} \quad Y_G = \frac{\sum_i^n W_i \times y_i}{\sum_i^n W_i}$$

W_i : Le poids total de la masse concentrée de l'élément i du niveau considéré,

x_i et y_i : Les coordonnées du centre de gravité de l'élément i par rapport au repère global.

X_G et Y_G : Les coordonnées du centre de masse du niveau par rapport au repère global.

Centre de torsion :

La détermination de la position exacte du centre de rigidité est assez complexe. Il est assimilable au centre de torsion du « profil » constitué par les éléments structuraux verticaux. On peut adopter la formule dite des « rigidités relatives » :

$$X_T = \frac{\sum_i^n x_i \times I_{ix}}{\sum_i^n I_{ix}} \quad Y_T = \frac{\sum_i^n y_i \times I_{iy}}{\sum_i^n I_{iy}}$$

X_T, Y_T : coordonnées du centre de torsion du niveau par rapport au repère global.

I_{ix} et I_{iy} : Inerties de flexion de de chaque élément i de contreventement (poteau, voile) dans la direction x et y respectivement,

x_i, y_i : coordonnées du centre de torsion des éléments de contreventement par rapport au repère global.

Pour toutes les structures comportant des **planchers ou diaphragmes horizontaux rigides** dans leur plan, on supposera qu'à **chaque niveau** et dans **chaque direction**, la résultante des forces horizontales a une **excentricité** par rapport au **centre de torsion** égale à la **plus grande des deux valeurs** :

- **5% de la plus grande dimension** du bâtiment à ce niveau (cette excentricité doit être prise en considération de part et d'autre du centre de torsion) :

$$E = 0.05 L_{max}$$

- **Excentricité théorique résultant des plans :**

$$E_X = |X_T - X_G| \quad E_Y = |Y_T - Y_G|$$

Les oscillations de torsion d'axe vertical ont une triple origine :

- Les oscillations d'origine structurelle, dues à l'excentrement du centre de gravité (G) des masses par rapport au centre de torsion (T) de la structure aux niveaux considérés ;
- Les oscillations d'origine accidentelle, dues à la variabilité spatiale des charges permanentes ou à une distribution défavorable des charges d'exploitation, ou encore à la rupture aléatoire des éléments non structuraux ;
- Les oscillations dues aux mouvements différentiels du sol.

V.6. Distribution horizontale des forces sismiques aux éléments de contreventement :

Pour permettre une distribution proportionnelle de la rigidité des éléments de la force d'étage (Figure V.3) on suppose que le plancher est rigide (effet de diaphragme).

La force latérale distribuée au portique « i » de l'étage « k » est proportionnelle à la rigidité latérale du portique considéré :

$$F_k^i = \frac{R_k^i}{\sum R_k^i} F_k$$

Où :

F_k^i : Force latérale revenant au portique « i »,

R_k^i : Rigidité latérale du portique « i » au niveau « k »,

$\sum R_k^i$: Somme de rigidité du niveau « k »,

F_k : Force latérale revenant à l'étage « k ».

V.7. Justification de la sécurité et combinaisons d'actions :**V.7.1. Justification de la sécurité :**

Les objectifs de sécurité de la structure soumise aux effets de l'action sismique sont réputés atteints si les critères ci-après relatifs à la résistance, la ductilité, l'équilibre d'ensemble, la stabilité des fondations, les joints sismiques, les déformations et la stabilité de forme (effet $P - \Delta$) sont satisfaits simultanément.

V.7.1.1. Justification vis-à-vis de la résistance :

La condition de résistance suivante doit être satisfaite pour tous les éléments structuraux, leurs assemblages ainsi que les éléments non structuraux critiques :

$$S_d \leq R_d$$

Où :

S_d : sollicitation agissante de calcul résultant des combinaisons définies ciaprès, incluant éventuellement les effets du 2^o ordre.

R_d : sollicitation résistante de calcul de l'élément, calculée en fonction des propriétés du matériau constitutif.

V.7.1.2. Justification vis-à-vis la ductilité :

Les exigences de ductilité minimale sont réputées satisfaites si toutes les dispositions constructives relatives au matériau et aux éléments structuraux telles que définies dans les chapitres précédents sont appliquées.

V.7.1.3. Justification vis-à-vis l'équilibre d'ensemble :

Cette condition d'équilibre se réfère à la stabilité d'ensemble du bâtiment ou de l'ouvrage, soumis à des effets de renversement et/ou de glissement dus aux sollicitations résultant des combinaisons d'actions.

Quel que soit le type de fondations (superficielles ou profondes), on doit vérifier que l'excentrement de la résultante des forces verticales gravitaires et des forces sismiques résistant au renversement :

$$e = \frac{M}{N} \leq \frac{B}{4}$$

Où :

M : Moment de renversement du aux sollicitations sismiques,

N : Forces verticales gravitaires,

B : Dimension à la base du bâtiment dans la direction de l'action sismique.

V.7.1.4. Justification vis-à-vis de la résistance des planchers :

La capacité des planchers doit permettre de transmettre aux éléments verticaux de contreventement les effets des forces sismiques de calcul.

V.7.1.5. Justification vis-à-vis de la stabilité des fondations :

Pour les justifications de la stabilité des fondations, il y a lieu de se référer aux prescriptions et /ou exigences de réalisation des fondations et des ouvrages de soutènement.

V.7.1.6. Justification vis-à-vis de la largeur des joints sismiques :

Deux blocs voisins doivent être séparés par des joints sismiques dont la largeur minimale d_{min} satisfait la condition suivante :

$$d_{min} = 15 \text{ mm} + (\delta_1 + \delta_2) \text{ mm} \geq 40 \text{ mm}$$

Où :

δ_1 et δ_2 : déplacements maximaux des deux blocs, calculés selon la formule ci-dessous au niveau du sommet du bloc le moins élevé et incluant les composantes dues à la torsion et, éventuellement, celles dues à la rotation des fondations.

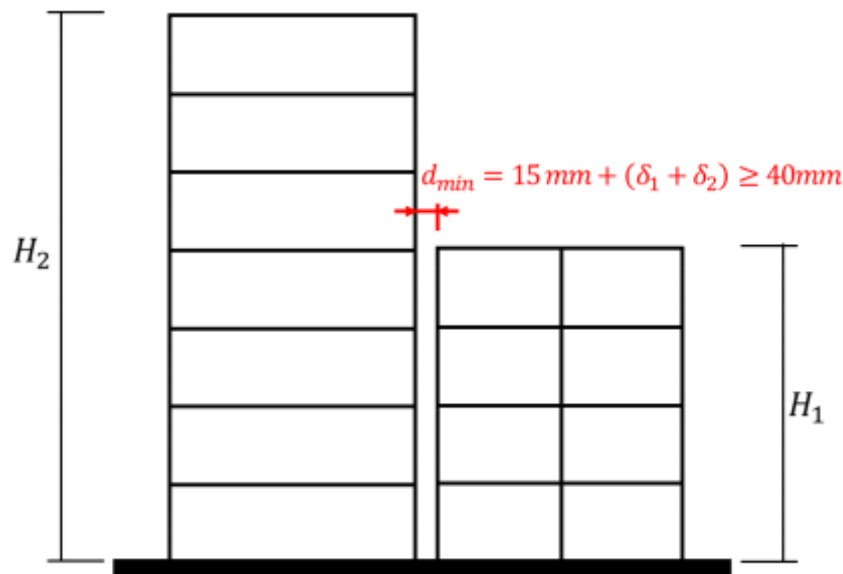


Figure V.3. Largeur minimum du joint sismique.

V.7.1.7. Justification vis-à-vis de l'effet $P - \Delta$:

Les effets du 2^o ordre (ou effet $P - \Delta$) peuvent être négligés dans le cas des bâtiments si la condition suivante est satisfaite à tous les niveaux :

$$\theta_k = \frac{P_k \cdot \Delta_k}{V_k \cdot h_k} \leq 0.10$$

Où :

$P_k = \sum_{i=k}^n (W_{Gi} + \beta W_{Qi})$: poids total de la structure et des charges d'exploitation associées au-dessus du niveau « k »,

Δ_k : déplacement relatif au niveau « k » par rapport au niveau « $k - 1$ »,

V_k : effort tranchant d'étage au niveau « k »,

h_k : hauteur de l'étage « k ».

Si $0,10 < \theta_k \leq 0,20$, Les effets $P - \Delta$ peuvent être pris en compte de manière approximative en amplifiant les effets de l'action sismique calculés au moyen d'une analyse élastique du 1^o ordre par le facteur $1/(1 - \theta_k)$.

Si $\theta_k > 0,20$, la structure est potentiellement instable et doit être redimensionnée.

V.7.1.7. Justification vis-à-vis des déformations :

Les déplacements relatifs latéraux Δ_k d'un étage par rapport aux étages qui lui sont adjacents ne doivent pas dépasser 1.0% de la hauteur de l'étage h_k :

$$\Delta_k < 1.0\% h_k$$

V.7.2. Combinaisons d'actions :

L'action sismique est considérée comme une action accidentelle au sens de la philosophie de calcul aux Etats Limites. Les combinaisons d'actions à considérer pour la détermination des sollicitations et des déformations de calcul sont :

- $G + Q \pm E$: Cette combinaison comprend la totalité de la charge d'exploitation ainsi que la charge sismique. Du fait que cette charge d'exploitation est tout à fait improbable, une grande partie de celle-ci (environ 40 à 60%) peut effectivement représenter l'effet des verticales des séismes.
- $0.8G \pm E$: Cette combinaison tient compte de la réduction de la charge verticale qui se produira à cause des effets de l'accélération verticale ascendante.

Dans ces combinaisons, il y a lieu de tenir compte de la réversibilité des charges sismiques. Pour les poteaux dans les ossatures autostables, la 1^{ère} combinaison est remplacée par la combinaison suivante :

$$G + Q \pm 1.2E$$

Où :

G : charges permanentes

Q : charges d'exploitation non pondérées

E : action du séisme représentée par ses composantes horizontales

Cette combinaison a pour objet de leur fournir une meilleure résistance aux effets des moments de renversement dus aux mouvements sismiques majeurs.

Référence :

Davidovici, V. (1999). La construction en zone sismique : approche réglementaire, modèles d'analyse des structures, diagnostic des bâtiments existants, exemple de calculs. Le moniteur.

RPA-99, 2003. Règles parasismiques Algériennes 1999. Document technique réglementaire.

DTR-BC 248 - Centre National de Recherche Appliquée en Génie sismique (CGS), Alger, 90p.