

Série d'exercice N°07

Exercice 01 :

Soit la poutre représentée par la Figure 1, de rigidité EI , de masse concentrées $m_1 = m_2 = m$ et coefficient d'amortissement nul ($\xi = 0$)

1. Si la structure est soumise aux charges statistiques appliquées au point 1 et 2 ($p_1 = p_0$ et $p_2 = 2p_0$). Déterminer les déplacements produits par l'application de ces charges statiques, sachant que :

$$[f] = \frac{l^3}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 16 \end{bmatrix}$$
2. Déterminer les fréquences propres et les vecteurs propres du système considéré en fonctions de E , I , h et m , en vérifiant la condition d'orthogonalité.
3. Si le système est soumis à une charge $p_1(t) = 50 \sin(5t) \text{ kN}$ appliqué au nœud 1. Déterminer la réponse maximale de ce système sachant que : $\frac{EI}{l^3} = 10^6 \text{ N/m}$ et $m = 10^4 \text{ kg}$

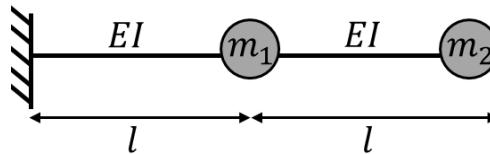


Figure .1

Éléments de réponse :

Partie I :

1. $\{x\} = \frac{l^3}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 16 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} p_0 = \frac{p_0 l^3}{6EI} \begin{Bmatrix} 12 \\ 37 \end{Bmatrix}$
2. $\{\omega_i\} = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.381 \\ 38.730 \end{Bmatrix} \text{ rad/sec}$ et $[\phi_{ki}] = \{\phi_1 \quad \phi_2\} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 \\ 3.1200 & -0.3200 \end{bmatrix}$
3. $\{x_{max}(t)\} = [\emptyset] \{Z_{max}(t)\} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 \\ 3.1200 & -0.3200 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.0518 \\ 0.0031 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0549 \\ 0.1606 \end{Bmatrix}$

Exercice 02 :

Un bâtiment à deux niveaux (Voir Figure 2), dont les planchers sont infiniment rigides et de masse $m_1 = m_2 = m$.

1. Déterminer les matrices de masse $[m]$ et de rigidité $[k]$ du système.
2. Déterminer la matrice d'amortissement $[c]$ par l'utilisation du modèle de Rayleigh sachant que :
 $\xi_1 = \xi_2 = 5\%$.

Données : $k_r = 4 \frac{EI}{h^3}$, $h = 3 \text{ m}$, $m = 12 \times 10^4 \text{ kg}$, $\frac{EI}{h^3} = 6.67 \times 10^6 \text{ N/m}$

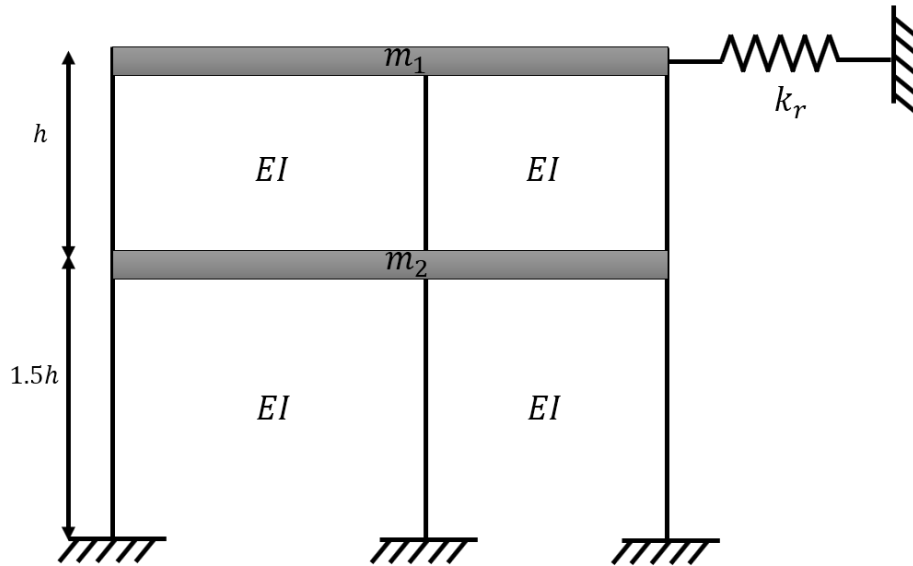


Figure .2

Eléments de réponse :

1. Matrice de masse : $[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrice de rigidité : $[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} = \frac{EI}{3h^3} \begin{bmatrix} 120 & -120 \\ -120 & 152 \end{bmatrix}$

2. Matrice d'amortissement :

$[c] = a_0[m] + a_1[k] = 1.3379m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 1.1768 \times 10^{-3} \frac{EI}{3h^3} \begin{bmatrix} 120 & -120 \\ -120 & 152 \end{bmatrix}$

$[c] = \begin{bmatrix} 4.7452 & -3.1397 \\ -3.1397 & 5.5824 \end{bmatrix} 10^{-5}$